

SUR LE PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION,

PAR M. EULER.

Traduit du Latin.

Si la queſtion étoit, lequel des Philoſophes a été le premier, à qui il eſt venu dans l'eſprit, que la Nature dans toutes ſes opérations ſuivoit la voye la plus facile, ou ce qui revient au même, faiſoit le moins de dépenſe? il ſeroit aſſurément ridicule, que quelqu'un des Philoſophes modernes voulût s'attribuer cette gloire. Car les plus anciens Philoſophes avoient déjà reconnu, que la Nature ne faiſoit rien en vain, ce qui s'accorde parfaitement avec la moindre dépenſe; car ſi la Nature employoit des dépenſes ſuperfluës, il n'y a pas de doute, qu'elle ne fit quelque choſe en vain. Ariſtote fait déjà ſouvent mention de ce dogme, et paroit l'avoir plutôt pris de ceux qui l'avoient précedé, que l'avoir imaginé lui-même. La propoſition a fait enſuite un ſi grand progrés dans les Ecoles, qu'on l'a regardée comme un des premiers préceptes de la Philoſophie, jusqu'à ce qu'enfin Deſcartes a oſé la rejetter. Lors donc que M. *Kœnig* nous objecte *Malebranche*, *s'Graveſande*, *Wolff*, & d'autres encore, qui ont dit, que la Nature ſuivoit toujours les routes les plus faciles, ou employoit le moins de dépenſe dans ſes opérations; non ſeulement nous ſommes de ſon avis, mais nous convenons

nons encore, qu'il auroit pû en nommer un bien plus grand nombre. Aussi nôtre Ill. Président n'a t'il jamais prétendu, que personne avant lui n'eut pensé à cette loi, & il a abandonné volontiers cette gloire, quelle qu'elle soit, aux autres que M. *Kœnig* en a jugé dignes.

Il n'est donc pas ici question de chercher, qui a dit le premier, que dans la Nature il y avoit une telle Loi? mais qui a été le premier, qui a fait connoitre exactement cette Loi? Et qui a déterminé le véritable fonds, que la Nature épargne, non pas seulement quelquefois, mais épargne toujours, & dans toutes ses opérations? Et c'est cela que nous nions avec la plus grande justice, qu'aucun autre ait fait avant nôtre Ill. Président. Nous accorderons donc facilement, que plusieurs ont reconnu en général cette Loi, mais l'ont reconnuë si obscurément, qu'on ignoroit entièrement ce que c'est que la Nature épargne. Nous accordons même, que dans quelques unes de ses opérations quelques Auteurs ont connu ce qui étoit un *Minimum;* mais ce n'a été que dans des cas si particuliers, qu'on ne pouvoit jamais l'appliquer aux autres cas, ou que du moins on ne voyoit aucun moyen d'en faire l'application. Mais, quoique cette premiere connoissance soit digne de louänge, & doive être regardée comme ayant ouvert la route à une connoissance plus étenduë; puisque nos connoissances ne s'élevent que par degrés, des plus particuliéres aux plus générales: cependant comme on considére ici la force universelle de la Nature, qui s'étend à toutes ses opérations, on n'en peut rien attribuër à ce qui ne subsiste que dans des cas particuliers. Et l'on doit dire que celui qui a déterminé ce qui dans toutes les opérations de la nature est un *Minimum*, est celui qui a déconvert ce que la Nature se propose; en quoi consiste le dernier degré de nôtre connoissance. Or, avant M. *de Maupertuis*, il ne se trouve certainement personne, qui ait pû prétendre a cette découverte; & par cela seul, qu'il a clairement exposé cette Loi universelle, on voit assez que la gloire de la premiere invention lui est duë. Car comment pourroit-on croire

croire qu'il eut pris d'un autre, ce que personne avant lui n'avoit dit savoir.

Mais il n'y a personne, contre qui nous dûssions avoir moins cette dispute à soutenir que contre M. le Professeur *Kœnig*, qui nie hardiment, qu'il y ait dans la Nature une telle Loi universelle, et qui pousse l'ineptie jusqu'à se moquer du Principe d'Epargne, en quoi consiste le *Minimum* que la Nature affecte. Ajoutez à cela, qu'il introduit le grand *Leibnitz* comme parlant, et qu'il l'explique comme ayant été fort éloigné lui même de la connoissance d'un tel Principe. D'où l'on voit que Mr. *Kœnig* ne peut refuser à nôtre Président la découverte de ce Principe, qu'il juge faux. Cependant il n'est guères d'accord avec lui même, lorsqu'il cite *Malebranche*, *s'Gravesande*, *Wolff*, et *Leibnitz* même, comme les Auteurs, chez lesquels M. de *Maupertuis* a puisé son principe. Car comme il n'accuse ceux-cy d'aucune erreur, comment peut-il en accuser M. de *Maupertuis*, s'il a pris son principe d'eux? Mais il dit que ce qu'il a pris de ces Auteurs est vrai, et que ce qu'il y a ajouté, est faux. Il avouë donc que le Principe de nôtre Ill. Président contient quelque chose, qui n'a point été dit par ces Auteurs, et le lui accorde; nous aquiesçons à cet aveu. Comme donc ce en quoi le Principe de Mr. *de Maupertuis* différe du sentiment des Auteurs, que nous venons de nommer, consiste dans l'Universalité, que M. *Kœnig* dèsaprouve; par cela même il accorde, que ces Auteurs ont été très éloignés de la connoissance de la Loi universelle de la Nature, et laisse positivement à nôtre Président seul la découverte de cette Loi, en quoi consiste le principal état de la question. Quant à ce que M. *Kœnig* oppose que ce Principe est faux, nous nous en mettons peu en peine; la vérité ne dépendra jamais de son opinion: nous ferons voir cy-aprés, combien il s'est misérablement trompé dans ses démonstrations, qu'il vantoit avec tant d'ostentation. Ces objections donc, qu'il croyoit invincibles, étant ruïnées, il sera forcé d'avouër, que le Principe de M. de *Maupertuis* est non seulement très beau, et de la plus grande importance dans toute la

 Philo-

Philoſophie; mais encore qu'on ne ſauroit attribuer à aucun autre qu'à Lui la gloire de la découverte. Si donc il avoit regardé comme digne de reproche cette découverte, pendant qu'il la croyoit fauſſe, il faut, après qu'on lui en aura fait voir la verité, qu'il la regarde comme digne de louänge.

Cependant comme cette controverſe, dans laquelle M. *Kœnig* a impliqué l'Academie, a fait naitre l'occaſion d'agiter la queſtion du *Minimum*, que la Nature affecte, duquel comme le fait voir aſſez clairement M. *Kœnig*, on juge d'ordinaire aſſez mal, il ne fera pas hors de propos d'expoſer ici en peu de mots, & d'expliquer tout ce qui avoit été fait ſur cette queſtion avant M. *de Maupertuis*.

Premièrement, quoique les plus anciens Philoſophes, & les Sectateurs d'Ariſtote ayent établi, que la Nature ne faiſoit rien en vain, & que dans toutes ſes opérations elle choiſiſſoit la voïe la plus courte; quoique dans ce principe ils ayent fait conſiſter la cauſe finale, que la Nature avoit le plus en vuë: nous ne voyons pas cependant, qu'ils ayent expliqué aucun phènomene par ce Principe. Si tous les mouvemens de la Nature ſe faiſoient dans des lignes droites, on pourroit d'abord conclure, que la Nature choiſit la ligne droite, parce qu'elle eſt la plus courte entre deux termes. On voit à la verité chez Ptolemée, que c'eſt la cauſe qu'il aſſigne, pour laquelle les rayons de la lumière viennent à nous en ligne droite: mais comme cela n'arrive, que lorsque le milieu, que ces rayons traverſent, eſt homogene, cette explication étoit trop bornée, pour mériter aucune attention. Car comme excepté dans ce cas, à peine ſe trouve-t-il aucun autre mouvement produit dans la Nature, qui ſe faſſe en ligne droite, il étoit aſſez manifeſte, que ce n'étoit point la route la plus courte proprement dite, que la Nature affectoit. Il ſe trouva donc des Philoſophes, qui penſerent qu'on pouvoit auſſi bien prendre pour la ligne la plus courte, la ligne circulaire; peut-être parce qu'ils avoient appris des Géometres, que dans la ſuperficie de la ſphère les arcs des

grands

grands cercles étoient les lignes les plus courtes entre deux points. De là croyant que les corps celeſtes ſe mouvoient dans de grands cercles, ils n'héſitoient pas à placer dans cette proprieté du cercle la cauſe finale de leurs mouvemens. Mais comme on ſait maintenant, que les lignes décrites par les corps celeſtes, non ſeulement ne ſont point des cercles, mais même n'appartiennent qu'à un genre de courbes des plus tranſcendentes; cette opinion des lignes droites ou circulaires, que la Nature affecteroit, eſt entièrement bannie; & ce ſentiment, que la Nature cherche partout un *Minimum*, paroiſſoit entièrement renverſé. Il ne faut pas douter, que ce ne ſoit la cauſe, pour laquelle Descartes & ſes Sectateurs ont crû, qu'il falloit rejetter abſolument de la Philoſophie les cauſes finales; prétendant que dans toutes les opérations de la Nature on remarquoit plutôt une inconſtance extreme, que quelque Loi certaine & univerſelle. Tant s'en falloit donc, que le renouvellement & le progrés de la Philoſophie nous euſſent rendûs plus certains de ce Principe, qu'au contraire ils paroiſſoient nous écarter de ſa connoiſſance.

Cependant dans quelques cas particuliers il reſta comme une ombre de ce Principe univerſel; il faut ſurtout compter parmi ces cas la réfléxion de la Lumiere. Comme elle ſe fait toujours tellement, que l'angle de réfléxion eſt égal à l'angle d'incidence, Ptolemée fit voir que la route, que décrit le rayon, eſt la plus courte; que s'il étoit réflêchi de toute autre maniére, la route qu'il décriroit ſeroit plus longue. Or il étoit clair, que cette explication ne pouvoit avoir lieu pour la réfraction, où la route dans laquelle les rayons ſont détournés, ne peut pas ſe concilier avec la plus courte.

Quoiqu'on vit donc, que dans le mouvement direct & réflêchi des rayons, la Nature choiſisſoit en effet la route la plus courte, la ſeule réfraction fit connoitre, qu'on ne pouvoit ſaire conſiſter la Loi de la Nature dans le choix du plus court chemin; outre qu'une infinité d'autres phènomenes étoient contraires à cette Loi. Comme donc

 on

on ne trouvoit point ici de Loi univerſelle, il faloit avoir recours à quelqu'autre *Minimum* qu'à la longueur de la route, tant dans le mouvement direct, que dans le mouvement réfléchi des rayons, qui dans ces cas ſe confondit avec la route la plus courte; mais qui eût lieu auſſi dans la réfraction des rayons. Sur cette conſidération Fermat établit, que les rayons de la lumière ne cherchoient pas tant dans leur mouvement la route la plus courte, que celle par laquelle ils pouvoient parvenir d'un point à un autre dans le tems le plus court. Or il poſa que dans un même milieu les rayons ſe mouvoient de la même viteſſe, de ſorte que dans un même milieu les tems étoient proportionels aux routes décrites; & qu'ainſi, tant dans le mouvement direct que dans le réfléchi, la route la plus courte étoit néceſſairement celle qui étoit décrite dans le tems le plus court: mais que dans des milieux diaphanes de differentes denſités, tels que l'air, l'eau, le verre, la viteſſe des rayons de la lumière étoit auſſi différente, plus grande dans les milieux les plus rares comme l'air, moindre dans les plus denſes, comme le verre: ſentiment qui paroiſſoit aſſez conforme à la Nature. Et par cette Hypotheſe, que Descartes attaqua vivement, après les plus grandes difficultés de calcul vaincuës, il parvint à expliquer heureuſement les phènomenes de la réfraction, & trouva que les ſinus des angles d'incidence & de réfraction devoient conſerver toujours entre eux le même rapport, comme l'expérience le faiſoit voir.

Mais Descartes, ennemi redoutable de Fermat, proſcrivant abſolument les cauſes finales, expliqua tout autrement la réfraction. Appliquant ici les régles de la colliſion des corps, il fit voir qu'un corps ſphèrique jetté obliquement dans un fluide devoit ſe détourner de ſon chemin: & comme il avoit établi, que les rayons de la lumiere n'étoient qu'une ſuite de petits globules, ſi un rayon paſſoit obliquement d'un milieu diaphane dans un autre, il faloit qu'il changeât de direction: d'où il tira auſſi les mêmes régles de réfraction, que les expériences indiquoient. Mais Descartes s'écartoit de Fermat en ce

qu'il

qu'il crût que les rayons de la lumière se mouvoient plus vite dans un milieu plus dense, tel que le verre, que dans un milieu plus rare, tel que l'air; au lieu que Fermat établissoit le contraire. Descartes pensoit que la cause de cette plus grande vitesse dans le verre, que dans l'air, venoit de ce que le verre opposoit à leur passage moins de résistence que l'air, & chercha à en trouver les raisons dans les Principes de sa Philosophie. Cette controverse agitée dans ce tems avec tant d'ardeur doit paroitre d'autant plus surprenante, que Descartes établissoit, que la lumière parvenoit dans l'instant aux plus grandes distances, ce qui ne pouvoit s'accorder avec l'idée de vitesse: rechercher donc, lequel de l'air ou du verre les rayons traversoient le plus vite, étoit une question ridicule.

Quoique le sentiment de Fermat fût reçu de la plus-part des Philosophes & des Géometres, qui n'étoient point attachés à la doctrine de Descartes, il s'en falloit cependant beaucoup, que Fermat pût s'attribuer la découverte d'une Loi générale, que la Nature suivit dans toutes ses opérations. Cet homme si subtil avoit bien remarqué, que le principe du moindre tems n'avoit lieu que dans le mouvement de la lumière, & ne pouvoit s'étendre aux autres Phènomenes. Il étoit encore plus éloigné de penser, qu'une pierre projettée, ou que les Planetes se meussent dans le Ciel selon la Loi du plus court tems. Ainsi, quand son sentiment auroit été vrai, il ne faisoit cependant rien pour la question présente, où il ne s'agit pas de quelque Principe particulier, mais d'un Principe universel, qui s'étende à toutes les opérations de la Nature. De plus, par cela même qu'il avoit Descartes pour adversaire, & qu'il ne pouvoit le réfuter, il nuit encore moins à nôtre cause.

Leibnitz aussi a tâché de renverser l'explication de Fermat. Dans les Actes de Leipzig, 1682. il s'est proposé pour la réfraction de la lumiére de rappeller dans la Philosophie ces causes finales, qui en avoient été bannies par Descartes, & de rétablir l'explication, que

Descartes avoit déduite de la collision des corps, à laquelle le sentiment de Fermat étoit contraire. Il commence donc par nier, que la Nature affecte, soit la route la plus courte, soit celle du moindre tems; mais prétend qu'elle choisit la route la plus facile, qu'il ne faut confondre avec aucune des deux. Or pour estimer cette route la plus facile, c'est la résistence, avec laquelle les rayons de la lumiére traversent les milieux diaphanes qu'il considére, & il suppose cette résistence différente dans les différens milieux. Il établit même, ce qui paroit favoriser l'opinion de Fermat, que dans les milieux les plus denses, comme l'eau & le verre, la résistence est plus grande que dans l'air & les autres milieux plus rares. Cela supposé, il considére la difficulté que trouve un rayon, lorsqu'il traverse quelque milieu, & estime cette difficulté par le chemin multiplié par la résistence. Il prétend, que le rayon suit toujours cette route, dans laquelle la somme des difficultés ainsi évaluée est la plus petite: & par la methode *de Maximis & Minimis*, il trouve la régle que l'expérience a fait connoitre. Mais, quoique cette explication au premier coup d'oeil semble s'accorder avec celle de Fermat, elle est cependant ensuite interprétée avec une subtilitè si merveilleuse, qu'elle lui est diamétralement opposée, & qu'elle s'accorde avec celle de Descartes. Car, quoique *Leibnitz* ait supposé la résistence du verre plus grande que celle de l'air, il prétend cependant, que les rayons se meuvent plus vite dans le verre que dans l'air; & pour cela même que la résistence du verre est la plus grande, ce qui assurément est un insigne paradoxe. Or voici comme il s'y prend pour le soutenir: Il dit qu'une plus grande résistence empêche la diffusion des rayons, au lieu que les rayons se dispersent davantage là où la résistence est moindre; & que la diffusion étant empêchée, les rayons resserrés dans leur passage, tels qu'un fleuve qui coule dans un lit plus étroit, en acquérent une plus grande vitesse. Ainsi l'explication de *Leibnitz* s'accorde avec celle de Descartes, en ce que l'un & l'autre doune aux rayons une plus grande vitesse dans le milieu le plus dense; mais elle s'en écarte

écarte fort par la cauſe, que chacun aſſigne pour cette plus grande viteſſe : puisque Descartes croyoit, que les rayons ſe mouvoient avec le plus de viteſſe dans le milieu le plus denſe, parce que la réſiſtence y étoit moindre, & que *Leibnitz* au contraire attribuë cette plus grande viteſſe à une plus grande réſiſtence. Si ce ſentiment peut être admis ou non ? ce n'eſt pas ce que j'examine ici ; mais ce que je dois remarquer, c'eſt que, quoique *Leibnitz* ſemble vouloir regarder ce Principe de la route la plus facile comme univerſel, cependant il ne l'a jamais appliqué à aucun autre cas, ni enſeigné comment dans d'autres cas cette difficulté, qu'il falloit faire un *Minimum*, devoit être eſtimée. S'il dit comme ici, que c'eſt par le produit de la route décrite multipliée par la réſiſtence, dans la plus-part des cas il ſera abſolument impoſſible de définir ce qu'on doit entendre par la réſiſtence, qui eſt un terme trés vague ; & lorsqu'il n'y aura aucune réſiſtence, comme dans le mouvement des Corps celeſtes, comment cette difficulté devra-t-elle être eſtimée ? Sera-ce par la ſeule route décrite, puisque la réſiſtence étant nulle, on pourroit la regarder comme partout la même. Mais alors il s'enſuivroit, que dans ces mouvemens la route elle-même décrite devroit être le *Minimum*, & par conſéquent la ligne droite, ce qui eſt entièrement contraire à l'expérience. Si au contraire le mouvement ſe fait dans un milieu réſiſtant, dira-t-il, que ce mouvement ſera tel, que le produit de la route décrite multipliée par la réſiſtence ſoit un *Minimum ?* On tireroit de là les concluſions les plus abſurdes. On voit donc clairement, que le Principe de la route la plus facile, tel qu'il a été propoſé & expliqué par *Leibnitz*, ne ſauroit s'appliquer à aucun autre Phénomene, qu'à celui du mouvement de la lumiére.

Il ſemble cependant qu'on pourroit rendre ce Principe beaucoup plus étendu, par l'interprétation qu'on donneroit aux remarques qui ſuivent. Car *Leibnitz* ſuppoſant que les rayons ſe meovent d'autant plus vite, qu'ils trouvent une plus grande réſiſtence, dans ce cas la viteſſe

viteſſe ſeroit proportionelle à la réſiſtence, & pourroit être priſe pour ſa meſure ; & l'eſtimation de la difficulté ſelon que *Leibnitz* l'a faite, ſe réduiroit au produit de la route décrite multipliée par la viteſſe ; ce qui étant ſuppoſé un *Minimum*, s'accorderoit avec le Principe de M. *de Maupertuis*, qui eſtime la quantité d'action par le même produit de l'eſpace multiplié par la viteſſe. Comme donc ce produit, non ſeulement dans le mouvemens des rayons, mais dans tous les mouvemens & dans toutes les opérations de la Nature, devient en effet le plus petit poſſible, & que c'eſt en cela que conſiſte le Principe de la moindre action ; on pourroit d'abord penſer, que *Leibnitz* avoit en vuë ce principe, qui s'accordoit avec ſon principe de la route la plus facile. Mais quand nous admettrions ſans aucune exception le raiſonnement de *Leibnitz*, par lequel il veut prouver, qu'une plus grande réſiſtence augmente la viteſſe, perſonne cependant ne pourra jamais croire, que dans tout mouvement il arrive, que la viteſſe croiſſe avec la réſiſtence ; y ayant dans la Nature une infinité d'exemples, où le contraire ſaute aux yeux, & où la réſiſtence diminue la viteſſe. C'eſt donc par un pur hazard qu'il arrive icy, que le Principe du chemin le plus facile s'accorde avec celuy de la moindre action ; ainſi qu'il arrive, que le Principe de Ptolemée du chemin le plus court dans l'Optique & dans la Catoptrique, s'accorde encore avec ce même Principe : quoique ce ne ſoit que dans ce Principe même, qu'il faille chercher la raiſon de ces phénomenes. Ainſi, lorsque *Leibnitz* donne ſon Principe du chemin le plus facile pour une loy univerſelle de la Nature, & fait la difficulté proportionelle au produit du chemin par la réſiſtence, il ne ſauroit accorder cela avec le Principe de la moindre action dans aucun autre cas, que dans ceux, où la viteſſe croit proportionnellement avec la réſiſtence ; cas qui ſont aſſurément bien rares, ſi l'on n'oſe pas dire, qu'il ne s'en trouve aucun.

Dans tous les autres cas donc, le Principe du chemin le plus facile différera beaucoup du Principe de la moindre action ; & *Leibnitz*

ſe

ſe ſeroit contredit lui-même, s'il avoit jamais prétendu, que dans les opérations de la Nature, le produit du chemin décrit multiplié par la viteſſe faiſoit un *Minimum*, excepté les ſeuls cas, où la viteſſe ſeroit proportionelle à la réſiſtence. D'où nous concluons avec aſſeurance, que le Principe de la moindre action non ſeulement a été entièrement inconnu à *Leibnitz*, mais encore qu'il a employé un Principe fort différent, qui ne s'accordoit avec celui-là que dans un très petit nombre de cas très ſinguliers; pendant que dans une infinité d'autres, il lui étoit manifeſtement contraire. Mais de plus ce Principe de *Leibnitz*, quelque général quil paroiſſe, n'eſt d'uſage que dans fort peu de cas, & ne l'eſt peut être que dans les ſeuls, dont nous avons parlé. Dans tous les autres on ne peut pas même l'appliquer, parce qu'on ne ſçait pas comment meſurer la réſiſtence; & que, de quelque manière qu'on la meſurât, elle jetteroit toujours dans de grandes erreurs. Tant s'en faut donc, que *Leibnitz* ait jamais eu le Principe de la moindre quantité d'action, qu'au contraire il a eu un Principe tout oppoſé, dont l'uſage, excepté dans un ſeul cas, n'étoit jamais appliquable, ou conduiſoit à l'erreur. Et l'on ne voit pas auſſi, que *Leibnitz* ait voulu dans aucun autre cas faire l'application de ce Principe.

On ne pouvoit donc rien imaginer de plus ridicule, que de ſuppoſer le fragment de cette Lettre, qui attribuoit à *Leibnitz* un Principe oppoſé à celui qu'il a publiquement adopté. Et l'on ne ſçauroit ſauver cette abſurdité par la différence des tems, où l'on voudroit ſuppoſer, qu'il a eu ces différents principes, Car *Leibnitz* ayant expliqué la réfraction par un Principe tout différent de celui de la moindre action, ſi depuis il étoit parvenu à la connoiſſance de ce Principe univerſel, qui y étoit ſi applicable, la première choſe ſans doute qu'il eut faite, c'eut été d'en faire l'application aux phènomenes de la Lumiére, pour leſquels il s'étoit ſervi d'un Principe ſi éloigné de celui-ci.

 C'eſt

C'eſt une choſe aſſurémeot digne de remarque, qu'un partiſan de *Leibnitz* nous ait mis en même tems dans la double obligatioo, de prouver que le Principe de la moindre action eſt vrai, & qu'il n'eſt point de *Leibnitz*. C'étoit uoe adreſſe ſingulière de M. *Kœnig* : aux uns il vouloit faire croire que le Principe de M. *de Maupertuis* étoit une chimére : à ceux à qui il n'auroit pas pû le perſuader, il vouloit faire croire, que le Priocipe étoit de *Leibnitz*. Il n'a pas mieux réüſſi pour l'un que pour l'autre.

Or comme les diſciples de *Leibnitz* ont coûtume avec beaucoup de raiſon de faire grand cas de tous ſes Ecrits, & de celui dont nous parlons, qui ſe trouve dans les Actes de *Leipzig* ; il eſt aſſez ſurprenant, que l'Ill. Baron *de Wolff*, d'ailleurs ſi attaché à tous les ſentimens de *Leibnitz*, dans l'explication de la réfraction de la Lumiére, ſe ſoit tellement écarté de ſon Maitre, que rejettant ſa ſubtile explication il ait rapporté mot à mot dans ſes Elémens de Dioptrique l'explication de Fermat, rejettée par *Leibnitz*. Car dans ſon II. Problème §. 35. ce grand homme ayant ſuppoſé la viteſſe de la Lumiére différente dans différents milieux, plus petite dans les plus denſes, plus grande dans les plus rares, il cherche le tems qu'un rayon employera pour parvenir par quelque route que ce ſoit d'un point donné à un autre point placé dans un autre milieu ; d'où il conclut, *que la Nature agiſſant toujours par le plus court chemin*, ce tems doit être le plus petit. On ne voit pas aſſurément ici, comment il conclut de la route la plus courte, au moindre tems : de plus il n'apporte ni n'allégue aucune preuve de ſa propoſition ; pendant que partout ailleurs à peine proſére-t-il ſans en alléguer l'axiome, que *le tout eſt plus grand que ſa partie*. Par cela donc que le premier des ſectateurs de *Leibnitz* a non ſeulement omis ſon explication de la réfraction, mais encore lui a préféré celle de Fermat, nous pouvons avec ſureté conclure, que l'explication de *Leibnitz* n'a pas paru peu ſuſpecte à cet homme ſi éclairé : & que ce n'eſt pas dans cette ſource, qu'on doit chercher le Principe qui régit la Nature.

Mais

Mais outre ce *Minimum*, que la Nature affecte dans le mouvement de la Lumiére, les Philosophes, & surtout les Geométres, ont recherché ce qui étoit un *Minimum* dans les autres opérations de la Nature. Car nous devons ici principalement consulter les Geométres, qui peuvent non seulement définir exactement ce que c'est que le *Minimum*, mais encore qui peuvent démonrrer comment ce *Minimum* arrive : pendant que les Philosophes qui s'écartent de la Geométrie, se contentent d'ordinaire de termes vagues, & qui ne signifient rien de certain, qui n'expliquent point ce que c'est que le *Minimum*, & par lesquels on peut encore beaucoup moins connoitre, comment le *Minimum* arrive : comme lorsqu'ils disent en général, que la Nature opére par la route la plus courte, ou par la plus facile, sans expliquer, ni quelle est cette route la plus courte dans chaque cas, ni qu'elle est la plus facile ; & qu'ils ne démontrent point, comment dans chaque cas cette route devient, ni la plus facile, ni la plus courte. Mais les Geométres, qui ont traité cette matière avec plus d'exactitude, n'ont examiné que quelques phènomenes particuliers déduits de cette Loi de la Nature, que les Anciens n'avoient que confusément admise, cherchant ce qui dans les phènomenes devenoit en effet un *Minimum*. Et nous ne trouvons dans ce genre rien de plus, que ce qui a été observé par quelques uns touchant les régles de la collision des corps, qui se borne à un cas extrèmement particulier. Cependant M. *Kœnig* a la hardiesse d'accuser nôtre Ill. Président d'en avoir tiré son Principe universel, en cachant pur un insigne plagiat les noms des Auteurs. Accusation d'autant plus absurde, que de l'aveu même de M. *Kœnig* cette observation du *Minimum*, qui a lieu dans la sollicitation des corps, est extrèmement limitée, & n'embrasse qu'un certain cas de cette collision : mais le Principe produit par M. *de Maupertuis* est universel, toute sa force consiste dans son universalité, & il ne sauroit en aucune manière être déduit de cette Observarion particulière. M. *Kœnig* nomme surtout MM. *s'Gravesande* & *Engelhard*, comme ceux avec lesquels nôtre Ill. Président a concouru, & comme ayant

 remar-

remarqué depuis longtems ce qu'il a donné ; d'où l'on voit plus clair que le jour, combien M. *Kœnig* se contredit lui-même : car approuvant extrémement ce que ces deux Auteurs ont dit, comment peut-il reprendre d'erreur M. *de Maupertuis*, s'il n'a dit que la même chose? Et M. *Kœnig* declarant le Principe faux, comment se peut-il faire, que M. *de Maupertuis* l'ait pris de ces deux Héros? M. *Engelbard* aussi n'aura pas de graces à rendre à M. *Kœnig* d'avoir introduit son nom dans cette dispute ; il paroit honorable à la vérité pour lui d'avoir enseigné, il y a vingt ans, ce que M. *de Maupertuis* n'a proposé que depuis peu, comme une importante découverte ; cependant M. *Kœnig*, comme pour le confondre davantage, ajoute aussi-tôt après, que cette découverte avoit été publiée il y a 30 ans par *s'Gravesande*, & connuë des moindres Geométres. Il impute donc ici le plus honteux plagiat à M. *Engelbard*, qu'il venoit tout à l'heure de citer honorablement, en le faisant parler, comme s'il avoit découvert ce qui dix ans auparavant étoit dans les livres de *s'Gravesande*. M. *Kœnig* traittant donc si injurieusement ses amis, il n'est pas surprenant, qu'il ne rougisse pas de se comporter à l'égard de ses adversaires avec tant d'iniquité, & de les accuser dans des cas, où il n'y a pas la moindre vraisemblance.

Mais voyons ce que MM. *Engelbard* & *s'Gravesande* ont dit: car puisque l'un & l'autre ont dit la même chose que nôtre Ill. Président, il faut que ce que l'un a dit, l'autre l'ait dit aussi. La découverte de *s'Gravesande*, selon l'exposition même qu'en fait M. *Kœnig*, consiste en ce que, si deux corps non élastiques se rencontrent de telle maniére qu'après le choc l'un & l'autre demeurent en repos, la somme des forces vives avant le choc étoit la moindre, pourvû qu'on conçoive la vitesse rélative demeurer la même. D'où l'on tire cette proposition: que dans le choc des corps non élastiques, la quantité de force vive qui périt, est égale à la plus petite force vive, que les mêmes corps pourroient recevoir, la vitesse respective avant le choc de-

demeurant la même : Propoſition qui n'eſt d'aucune importance, & qui n'a pas le moindre rapport au Principe de la moindre action. Car comme il ne s'y agit que de ce qui périt, & qu'en cela même ce n'eſt pas la plus petite force vive, mais quelque choſe qui ſe réduit à une autre force vive, qui ne peut être priſe pour un *Minimum* que ſous une certaine & particulière conſidération; au lieu qu'ici c'eſt de ce qui eſt réellement produit, qu'il s'agit: on voit entre les deux une telle différence, qu'il n'eſt pas poſſible d'en imaginer une plus grande. Et ce que *s'Grav'ſande* ajoute du choc de pluſieurs corps, partant du même Principe, ne fait pas plus à nôtre affaire. Enfin la force de cette Propoſition eſt tellement reſtrainte, qu'elle n'a lieu que pour les corps non-élaſtiques; pendant que le Principe de la moindre action a la plus grande étenduë, & n'eſt ſujet à aucune reſtriction. Après cela y aura t-il quelqu'un d'un eſprit ſain, qui accuſe celui qui a découvert la vérité la plus étenduë, de l'avoir priſe dans un cas auſſi particulier? Aſſurément on ne s'attendroit pas à une telle accuſation, ſi l'on ne ſavoit, que la fureur de la chicane aveugle M. *Kœnig*; fureur qui le transporte tellement, que partout où il trouve le mot de *Minimum*, il croit avoir trouvé la ſource du Principe de la moindre action.

Comme donc M. *Kœnig* lui-même n'a pas pû trouver d'autres phénomenes du mouvement, dans leſquels on eut obſervé aucun *Minimum*; on ſera forcé de reconnoitre, qu'avant M. *de Maupertuis*, il n'y avoit que quelques cas très limités, dans leſquels on eût trouvé quelque raiſon du *Minimum*; & qu'il n'y a eu abſolument perſonne, qui ſe ſoit attribué la découverte d'un Principe général.

Je ne rapporte point ici l'obſervation que j'ai faite, que dans le mouvement des Corps celeſtes, & qu'en général dans le mouvement de tous les corps attirés vers des centres de forces, ſi à chaque inſtant l'on multiplie la maſſe du corps par l'eſpace parcouru & par la viteſſe, la ſomme de tous ces produits eſt toujours la moindre. Car, quoique

 cette

cette découverte soit assurément de beaucoup préferable à celles que nous avons citées, & que le produit que je considére, présente l'action même telle que M. *de Maupertuis* la définit; il faut cependant remarquer, que n'ayant paru qu'après que M. *de Maupertuis* avoit exposé son Principe, elle ne peut porter aucun préjudice à sa nouveauté. De plus je n'avois point découvert cette belle propriété *a priori;* mais, (pour me servir des termes de Logique,) *a posteriori*, déduisant après plusieurs tentatives la formule, qui dans ces mouvemens devenoit un *Minimum;* & n'osant lui donner plus de force, que dans le cas que j'avois traitté, je n'avois point crû avoir trouvé un Principe plus étendu: content d'avoir trouvé cette belle propriété dans les mouvemens, qui se font autour des centres de forces. M. *Kœnig* aussi ne paroit pas faire grande attention à cette découverte; puisqu'après mes demonstrations, qui ne sont pas Métaphysiques, mais Géométriques, il doute encore, si mes formules deviennent des *Maximum* ou des *Minimum?* J'aurois donc fort souhaité, qu'un si grand Maitre eut examiné mes démonstrations, & nous eut indiqué les erreurs, qu'il y auroit crû cachées: car je voudrois pouvoir acquérir quelque science d'un si sublime Docteur.

On avoit aussi remarqué dans l'équilibre des corps certains cas, où l'on trouvoit évidemment quelque *Minimum.* Il avoit été facile de s'apercevoir, que les corps graves ne pouvoient demeurer en équilibre, si leur centre de gravité n'étoit le plus bas qu'il fût possible. De là on avoit attribué à l'équilibre des corps graves cette propriété, que la distance de leur centre de gravité au centre de la terre, étoit la moindre. De ce Principe par la méthode des Isopérimètres les Geométres avoient tiré plusieurs lignes courbes, comme la *Catenaire* formée par une chaine, qui pend librement attachée par ses deux bouts; comme aussi la *Linteaire*, que forme un linge rempli de liqueur, & quelques autres de cette espéce, dans lesquelles le commun centre de gravité occupe le lieu le plus bas. Mais si ces corps sont

assez

assez proches du centre de la Terre, ou de quelqu'autre centre de forces, pour que les directions des forces qui les sollicitent, ne pussent plus passer pour parallèles, alors la considération du centre de gravité cesse entièrement; parce qu'alors dans ces corps, il n'y a plus aucun point, qui ait la propriété du centre de gravité: alors aussi le Principe de la plus grande descente du centre de gravité n'a plus aucun lieu: il ne sauroit donc passer pour général, même dans le seul état d'équilibre, bien moins donc encor dans l'état du mouvement. Cependant on a remarqué dans quelques uns de ces cas une espece de centre de gravité, par la descente la plus grande duquel on pouvoit déterminer les états d'équilibre; mais personne ne s'est glorifié d'avoir atteint le Principe universel, qui avoit lieu dans tous ces états. M. *Daniel Bernoulli*, un des hommes des plus subtils dans ces sortes de spéculations, nous a donné à la vérité quelque chose de fort beau pour un cas extrèmement singulier, lorsqu'il a assigné *a priori* la quantité, qui dans les courbes élastiques étoit un *Minimum;* proposition dont j'ai ensuite démontré la verité. Cette découverte, si on la compare avec les autres Principes particuliers, qu'on avoit trouvés auparavant, doit assurément passer pour une des plus sublimes; mais M. *Kœnig* fait voir clairement, qu'il ne l'a pas même comprise, lorsqu'il demeure si obstinément dans cette erreur de croire, que la formule que M *Bernoulli* avoit assurée être un *Minimum* dans la courbure des corps élastiques, devient zero. Nous ferons voir cy-dessous, comment un raisonnement très faux l'a jetté dans une erreur si énorme. Tout ce qu'on avoit donc jusqu'ici donné sur le *Minimum* que la Nature affecte dans toutes ses opérations, tant pour l'état de mouvement que pour l'état d'équilibre, ne convenoit qu'à des cas très particuliers; & n'avoit point cette connéxion, d'où l'on pût tirer quelque Principe plus général, qui conduisit seulement aux cas qu'on avoit traittés. D'où l'on peut voir ce que M. *de Maupertuis* a fait dans cette matière, & combien peu il a à craindre le soupçon, que M. *Kœnig* a voulu susciter, comme s'il avoit pris ses Principes des autres.

Dés

Dés l'année 1740. dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, M *de Maupertuis* avoit exposé le *Principe universel du repos & de l'équilibre*, qui renferme par un merveilleux accord tous les Principes particuliers, dont nous venons de parler: tant ceux qui sont tirés de la nature du centre de gravité, que ceux qui sont appropriés aux corps élastiques, quelques différents qu'ils paroissent; & qui s'étend encore avec la plus grande universalité, à tous les cas d'équilibre, de quelque manière qu'ils se rapportent aux corps, ou aux forces sollicitantes. Car par ce seul Principe j'ai entièrement expliqué, non seulement tous les cas où les corps, soit rigides, soit fléxibles, soit élastiques, soit fluides, peuvent jamais se trouver en équilibre; mais encore ces cas se peuvent déterminer avec une facilité merveilleuse, de sorte que ce Principe doit passer dans la Mécanique pour une découverte importante. Car ce Principe posé, tout ce qui a été jusqu'ici traité tant dans la Dynamique que dans l'Hydrodynamque, en découle si aisément, que dans les cas méme les plus compliqués, qui demandent par la methode directe les recherches les plus ennuyeuses, on parvient à un calcul très élégant & très simple. L'état d'équilibre, surtout dans les machines de toute espece, quelque composées qu'elles puissent être, se détermine avec tant de facilité, qu'on n'a pas besoin méme d'avoir égard à leur construction; ce qui rend souvent le calcul si pénible. Et comme les premiers élémens de cette Science suivent naturellement de ce même Principe, on doit le regarder comme le fondement le plus commode & le plus heureux, tant de la Dynamique, que de l'Hydrodynamique. Or ce Principe est tel, que sa vérité peut être démontrée par les raisonnemens les plus evidens; & ne demande la considération d'aucun mouvement, par où l'ordre des différentes Sciences seroit troublé. Car il ne faut qu'examiner, comment chaque particule du corps est affectée par les forces sollicitantes, pour tirer de chaque sollicitation une quantité, qu'on peut appeller *l'efficace* de chaque force; & assurer qu'il y aura équilibre, lorsque la somme de toutes ces *efficaces* sera la moindre; de sorte que par la

seule

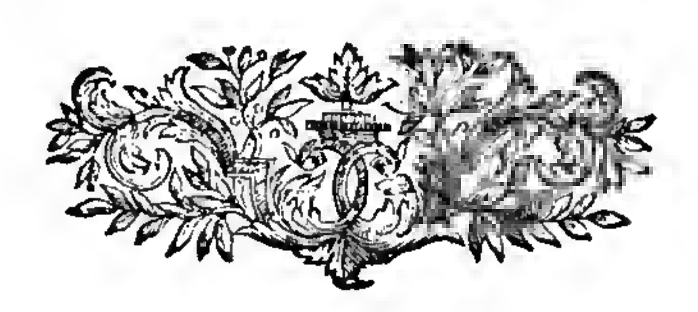
ſeule methode de *Maximis & Minimis*, on peut exécuter avec une facilité incroyable tout ce qui concerne la Dynamique & l'Hydrodynamique.

Il ſeroit donc fort ridicule de comparer un tel Principe avec ce Principe le plus ſtérile & le plus desagréable, que M. *Kœnig* a tâché de produire; ce dernier confondant tellement le Dynamique avec le Phorononiique, qu'il ne ſeroit pas poſſible de parvenir à la connoiſſance d'aucun état d'équilibre, qu'on n'eût auparavant une connoiſſance parfaite du mouvement; que non ſeulement dans la Dynamique il n'eſt pas permis de ſuppoſer, mais qui encore exige le plus ſouvent les recherches plus ſublimes, & qui ne peut avoir d'application que dans un très petit nombre de cas; comme nous ferons voir cy-deſſous à l'égard du Principe de M. *Kœnig*, qui n'eſt applicable que dans un cas ou deux, & avec la confuſion la plus vicieuſe de différentes Sciences.

Le Principe, que M. *de Maupertuis* a découvert, eſt donc digne de la plus grande louänge; & l'on ne peut douter, qu'il ne ſoit fort ſupérieur à toutes les découvertes, qui avoient été faites jusqu'ici dans la Dynamique. Son uſage n'embraſſe pas ſeulement toute la Dynamique, ce qui ſeroit déjà une grande univerſalité; mais avec une legère & naturelle addition, il s'étend avec le plus grand ſuccés à toute la Science du mouvement: car pour chaque mouvement propoſé on peut facilement comprendre, que ce que nous avons appellé l'*efficace*, ëtant pris pour chaque inſtant, la ſomme doit être un *Minimum*. Cette condition pour le mouvement étant ajoutée, on voit naitre l'autre Principe univerſel de nôtre Ill. Préſident, qu'il appelle *le Principe de la moindre action*; car on peut démontrer facilement, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire particulier, que ſi toutes les efficaces, dont nous avons parlé ci-deſſus, ſont multipliées par les élémens du tems, on voit naitre le produit de la maſſe par la viteſſe & par le petit eſpace parcouru: produit qui contient l'idée de l'action.

 Ces

Ces deux Principes ſont donc ſi intimement liés l'un à l'autre, qu'on peut plutôt les regarder comme un ſeul : & comme le Principe du mouvement ſuit clairement du Principe de l'équilibre, de même le Principe du mouvement, ou de la moindre action, ſe peut appliquer à tous les cas de l'équilibre. Ainſi toutes les Sciences qu'on a coutume de comprendre ſous le nom de Mécanique, ſoit qu'on s'y propoſe l'équilibre, ſoit qu'on s'y propoſe le mouvement, ſont tellement fondées ſur ce Principe, qu'on les en peut fort fertilement & fort parfaitement déduire. On voit auſſi par là, que qui a admis l'un de ces Principes, ne peut plus douter de l'autre ; & le Principe de l'équilibre étant le plus rigoureuſement démontré, on doit compter avec la même certitude ſur le Principe du mouvement. La combinaiſon donc de ces deux principes, ou plutôt chacun pris ſéparément, puiſqu'ils ſont le plus étroitement liés l'un à l'autre, déclare cette Loi la plus univerſelle de la Nature, par laquelle nous connoiſſons enfin diſtinctement, ce que nous n'avions fait auparavant que ſoupçonner : Que la Nature dans toutes ſes opérations affecte un *Minimum*, & que ce *Minimum* eſt certainement contenu dans l'idée de l'Action, telle qu'elle eſt définie par M. *de Maupertui* ; de ſorte qu'il ne reſte plus rien à objecter.



EXA-